

## P波初動による発震機構解とその精度\*

中村 雅基\*\*・望月 英志\*\*\*

Focal Mechanism Solutions and Their Reliability Determined  
by P-Wave First Motions

Masaki Nakamura\*\* and Eishi Mochizuki\*\*\*

\*\* Choshi Local Meteorological Observatory

\*\*\* Meteorological College

Reliability of focal mechanism solutions is influenced by many factors such as errors in reading P-wave first motions, configurations of observation networks, heterogeneity in the velocity structure of the earth and accuracy in hypocenter determination.

In the new program, we can calculate the area of pressure, tension and null axes with minimum and minimum plus one inconsistent data. These areas on a focal sphere are regarded as reliability of corresponding axes in this study. Focal mechanism solutions are given by mean directions of the area corresponding axes with minimum inconsistent data.

Application of the new program to earthquakes in central Japan from 1961 to 1985 showed that focal mechanism solutions are stable if the area corresponding axes are small or approximately circular, and are not stable if the area corresponding axes are separated or long and slender.

Our conclusion is that focal mechanism solutions have to be expressed with their reliability.

### § 1. はしがき

気象庁は、点震源モデルとして double couple モデルを仮定して日本近域に発生する地震の発震機構解を求めている。これらの発震機構解は tectonic stress の主軸方向の推定に利用され、seismo tectonics の基礎 data として蓄積されている。また、震源における断層運動の詳細な解析にも利用される。こういった意味で発震機構解は震源パラメータとして重要な量であるが、

• 観測点数が少なかったり、観測点が偏ったりする。

• P波初動の読み取りの信頼度

等により、その解の精度は大きく変動する、このため、発震機構解の精度についてかなり以前から議論されている(堀内ら, 1972)。また、最近では望月

ら(1985)、市川(1985)によって、その表示法が検討されているが、まだ一般的には精度の表示は行なわれていない。

そこで今回、望月らの方法をさらに改良して、発震機構解及びその精度を求めるプログラムを作成し、実際に、1961年から1985年10月までに起こった約1300個の地震について計算を実行した。

### § 2. 理論

点震源模型としてダブルカップルモデルを仮定し、単位半径の震源球を考える。ふたつの偶力の働く方向、その両者に垂直な方向(ヌル軸の方向)、及び主圧力、主張力の方向の単位ベクトルをそれぞれ、A, B, N, P, Tとすると、

$$(P \cdot T) = 0$$

$$A = (P + T) / \sqrt{2}$$

..... (1)

\* Received June 27, 1988

\*\* 銚子地方気象台

\*\*\* 気象大学校

$$B = (-P + T) / \sqrt{2}$$

$$N = (A \times B) = (P \times T)$$

なる関係がある。観測された押し引き分布に最もよく適合するA, B, P, T, Nを求める問題が発震機構解の決定であるが、これらの軸の動きは剛体運動のオイラー角 ( $\theta, \phi, \varphi$ ) の関数として与えられ、オイラー角を変化させれば、これらの軸が変化する。

震源球面上に投射した観測点の位置ベクトルを  $O_i$  とした時、この観測点での理論的振幅  $S_i$  は

$$S_i = (O_i \cdot A) \cdot (O_i \cdot B) \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される (HOMMA, 1941; 堀内ら, 1972 による)。観測点  $O_i$  でのP波初動の観測値を  $R_i$  とすると、その符号と(2)式で与えられる理論的振幅の符号とがくい違っている観測点の個数  $Q$  は、Hをヘビサイドの単位ステップ関数として、

$$Q = \sum H(-\text{sgn } S_i \cdot \text{sgn } R_i) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。ここで、sgnは引数の符号を与える関数である。くい違い数  $Q$  が最小になるA, B, P, T, Nの震源球面上での範囲、次に  $n$  個のデータのくい違いを許容した場合の範囲を求め、震源球面上のこれらの領域を発震機構解の精度とする。これらの領域の面積は精度を示す目安となる。また、くい違い数  $Q$  が最小の領域の中心位置 (平均値) を発震機構解とする。

### § 3. 計算方法

#### 3.1 理論的振幅 ( $S_i$ ) について

オイラー角による2回回転後の座標系を ( $X, Y, Z$ ) とすると

$$X = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta)$$

$$Y = (-\sin \phi, \cos \phi, 0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$Z = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

また、この座標系からみた観測点の単位球面上の位置を ( $\alpha_i, \beta_i$ ) としたとき次の関係式が得られる。

$$\cos \beta_i \sin \alpha_i = (O_i \cdot X)$$

$$\sin \beta_i \sin \alpha_i = (O_i \cdot Y) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\cos \alpha_i = (O_i \cdot Z)$$

オイラーの3回目の回転はZ軸を回転軸として角  $\varphi$  の回転である。このZ軸をNとするか、P, Tとするかによって理論的押し引きの計算式は異なる。

##### 3.1.1 Z軸をNとした場合

$$P = X \cdot \cos \varphi + Y \cdot \sin \varphi$$

$$T = X \cdot (-\sin \varphi) + Y \cdot \cos \varphi \quad \dots\dots\dots (6)$$

(6)式を(1)式に代入し、さらに(2)式を代入すると(5)式を用いて

$$S_i = \{ (O_i \cdot Y)^2 - (O_i \cdot X)^2 \} \cdot \cos 2\varphi / 2 - (O_i \cdot X) \cdot (O_i \cdot Y) \cdot \sin 2\varphi \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$= -\sin^2 \alpha_i \cdot \cos 2(\beta_i - \varphi) / 2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$S_i(\varphi + \pi) = S_i(\varphi) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$S_i(\varphi + \pi/2) = -S_i(\varphi)$$

よって計算は、 $0 \leq \varphi < \pi/2$

##### 3.1.2 Z軸をP, Tとした場合

Z軸をPとした場合

$$P = Z \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$T = X \cdot \cos \varphi + Y \cdot \sin \varphi$$

(10)式を(1)式に代入し、さらに(2)式に代入すると、(5)式を利用して

$$S_i = \{ -(Z \cdot O_i)^2 + ((O_i \cdot X) \cos \varphi + (O_i \cdot Y) \sin \varphi)^2 \} / 2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$= \sin^2 \alpha_i \cdot (\cos^2(\beta_i - \varphi) - \cot^2 \alpha_i) / 2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

Z軸をTとした場合

$$P = X \cdot \cos \varphi + Y \cdot \sin \varphi \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$T = Z$$

(13)式を(1)式に代入し、さらに(2)式に代入すると、(5)式を利用して

$$S_i = \{ (Z \cdot O_i)^2 - ((O_i \cdot X) \cos \varphi + (O_i \cdot Y) \sin \varphi)^2 \} / 2$$

$$= -\sin^2 \alpha_i \cdot (\cos^2(\beta_i - \varphi) - \cot^2 \alpha_i) / 2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

(14)式は(12)式の符号を逆にしたものであるからプログラム上計算過程は同じになる。また、

$$S_i(\varphi + \pi) = S_i(\varphi) \quad \dots\dots\dots (15)$$

よって計算は、 $0 \leq \varphi < \pi$

ここでみられるように、Z軸に何をとりかによって計算式が変わってくるので、今回はZ軸にNをとる場合とP, Tをとる場合のふた通りのプログラムを作成した。

#### 3.2 格子点のメッシュについて

まず、 $\theta, \phi, \varphi$ のそれぞれについて9°メッシュで計算した後、くい違い数  $Q$  が最小および最小+1となる球面上の格子 ( $\theta, \phi$ ) を中心において  $\theta, \phi, \varphi$  のそれぞれについて3°メッシュで計算する。これ以上メッシュを小さくすることは、結果として得られたくい違い数  $Q$  が最小の領域 (面積) を考えると意味がないので、最小メッシュは3°とした。また、くい違い数  $Q$  の最小の面積が基準値より広いものについては9°メッシュまでとした。9°メッシュで最小+1のくい違い数  $Q$  の面積が基準値より広い場合は、くい違い数  $Q$  が最小となる ( $\theta, \phi$ ) においてのみ3°

メッシュでの計算をする。Z軸にとった軸は、球面上で動き得る範囲が直接計算されるが、他の軸は球面上の格子と対応させることによって、動き得る範囲が計算される。

3.3 発震機構解について

Z軸とした軸 (P, T, N) について、くい違い数 Q が最小となる範囲 (方向余弦表示) の重み (sin θ) 付き平均値を求め、それに対応する各軸を発震機構解とする。平均値のくい違い数 Q が最小値と一致しないときは、平均値の最も近くで Q が最小となる各軸を発震機構解とする。ここで表示する有効数字も問題となるが、現在求められている発震機構解が 1 度単位で示されていることを考慮して、発震機構解は、1 度単位で求める。

3.4 投影面上の節線について

法線ベクトルが (l, m, n) で、原点を通る平面の方程式は

$$lX + mY + nZ = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

で示される。また、単位球面の式は

$$\begin{aligned} X &= \sin \theta \cos \phi \\ Y &= \sin \theta \sin \phi \\ Z &= \cos \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (17)$$

で示される、(16)式と(17)式の交線が節線である。

θ = 90°の時、(16)式、(17)式より

$$l \cos \phi + m \sin \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

これより

$$\begin{aligned} \sin \phi &= l / \sqrt{(l^2 + m^2)} \\ \cos \phi &= -m / \sqrt{(l^2 + m^2)} \end{aligned}$$

よって、(-m/√(l²+m²), l/√(l²+m²), 0) は節線上の点である。節面の法線 (l, m, n) を軸とする回転角 α の回転行列は、下記の脚注のとおり示されるから、この点の回転後の座標は、

$$\begin{aligned} X &= (-m \cos \alpha - l n \sin \alpha) / \sqrt{(l^2 + m^2)} \\ Y &= (l \cos \alpha - m n \sin \alpha) / \sqrt{(l^2 + m^2)} \quad \dots\dots\dots (19) \\ Z &= (l^2 + m^2) \sin \alpha / \sqrt{(l^2 + m^2)} \end{aligned}$$

である。(19)はαをパラメータとした節線の式を与える。xy平面への等積投影は

$$\begin{aligned} x &= 2 \sin (\theta / 2) \cos \phi \\ y &= 2 \sin (\theta / 2) \sin \phi \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (20)$$

で示されるから、(17)式より

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} X / \sqrt{(Z + 1)} \\ y &= \sqrt{2} Y / \sqrt{(Z + 1)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21)$$

プログラムでは、投影面上の節線として(21)式を用いた。

§ 4. 資料

作成したプログラムで実際に発震機構解及びその精度を決定したのは、1961年から1985年10月までに中部日本で起こった約1300個の地震についてである。P波初動の押し引きのデータは、気象庁、国立防災科学技術センター (ブレッテンに掲載のもの) 及びISCまたはEDRの国内観測点 (東京大学地震研究所の7地点と京都大学阿武山地震観測所) のものを用いた。

§ 5. 結果, 考察

プログラムの実行結果の一例をFig. 1 ~ Fig. 8 に示す。これらの図において、左図が発震機構解、右図がその精度を示す。両図とも上半球投影図である。左図において、黒丸はP波初動が押し (up) であった観測点、白ぬきの丸は引き (down) であった観測点を示す。右図において黒丸が最小のくい違い数 Q を与える各軸の範囲、白ぬきの丸が最小+1のQを与える範囲である。A, B, P, T, Nの動き得る範囲がすべて記入されているので見にくいかもしれないが、左図と対応付けて見れば判断できるであろう。本プログラムはカラーグラフィクスを用いているので、実際はこの様な不都合は起こらない。図とともに左上に付記されているのは、震源の深さ(H)とマグニチュード(M)である。中央上に付記されているのは、その地震の発震時、発震機構解のスコア (発震機構解にあうデータ数を全データ数で割ったものを%表示したもの)、全データ数(N)、および震源の緯度 (北緯) 経度 (東経) である。中央下に付記されているのは、2枚の節面 (P1, P2: その法線ベクトルがA, B) の傾斜方位角 (DD: 北から時計回りに測った方位角) と傾斜角 (D: 面と水平面のなす角)、P軸, T軸の方位角 (DD: 軸の水平成分を北から時計回りに測った方位角) と傾斜角 (D: 軸と水平面のなす角) である。また、右に付記さ

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha + l^2 (1 - \cos \alpha) & lm (1 - \cos \alpha) - n \sin \alpha & n l (1 - \cos \alpha) + m \sin \alpha \\ lm (1 - \cos \alpha) + n \sin \alpha & \cos \alpha + m^2 (1 - \cos \alpha) & mn (1 - \cos \alpha) - l \sin \alpha \\ n l (1 - \cos \alpha) - m \sin \alpha & mn (1 - \cos \alpha) + l \sin \alpha & \cos \alpha + n^2 (1 - \cos \alpha) \end{pmatrix}$$

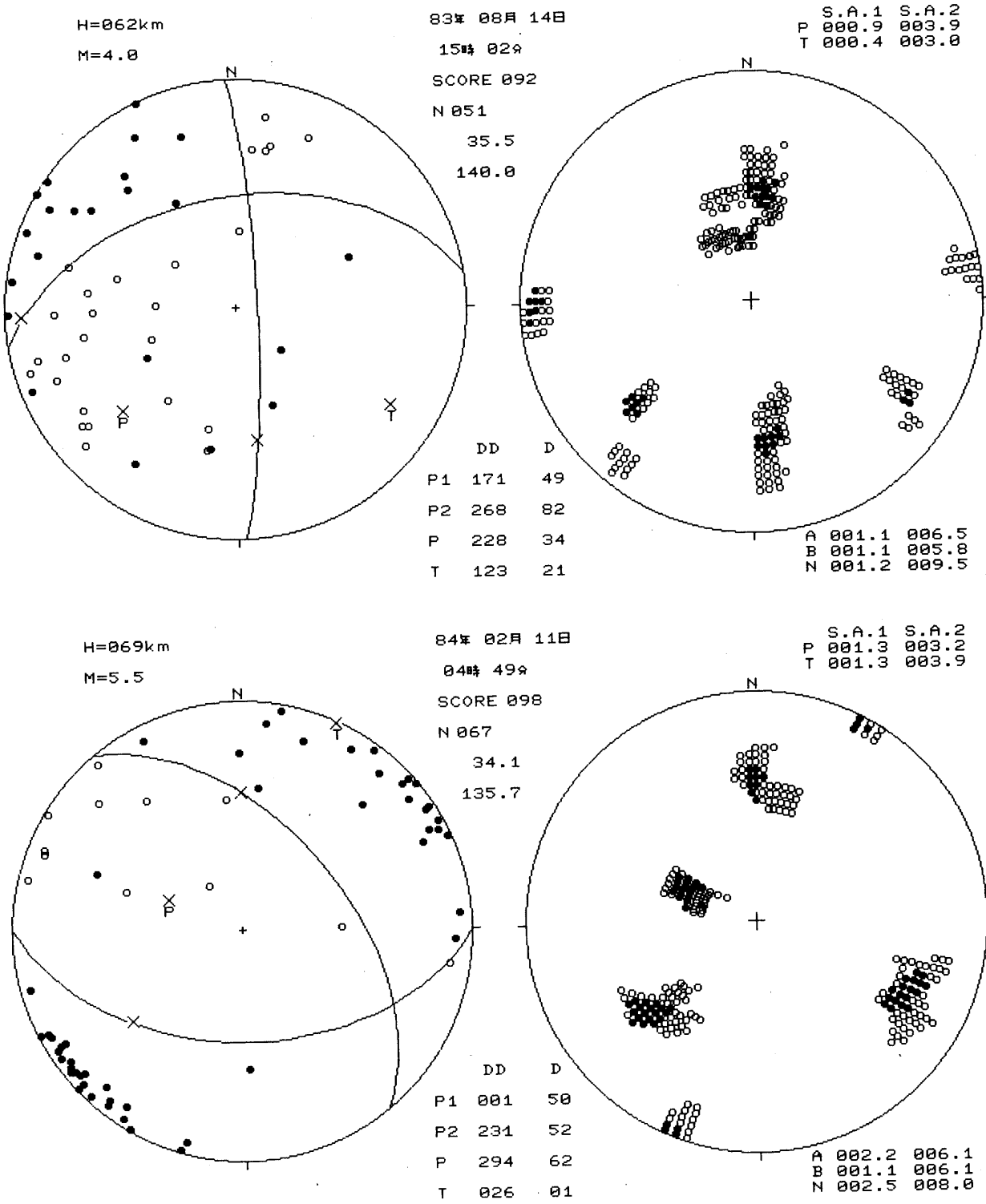


Fig. 1 Focal mechanism diagrams (the left figure of each pair) and reliability diagrams (the right figure). In the left figure, solid and open circles indicate compressional and dilatational first motions, respectively. The plots are on upper hemisphere of equal area projection. In the right figure, solid and open circles indicate the area of P, T, N, A and B axes with minimum and minimum + 1 inconsistent data, respectively. Examples of stable focal mechanism solutions.

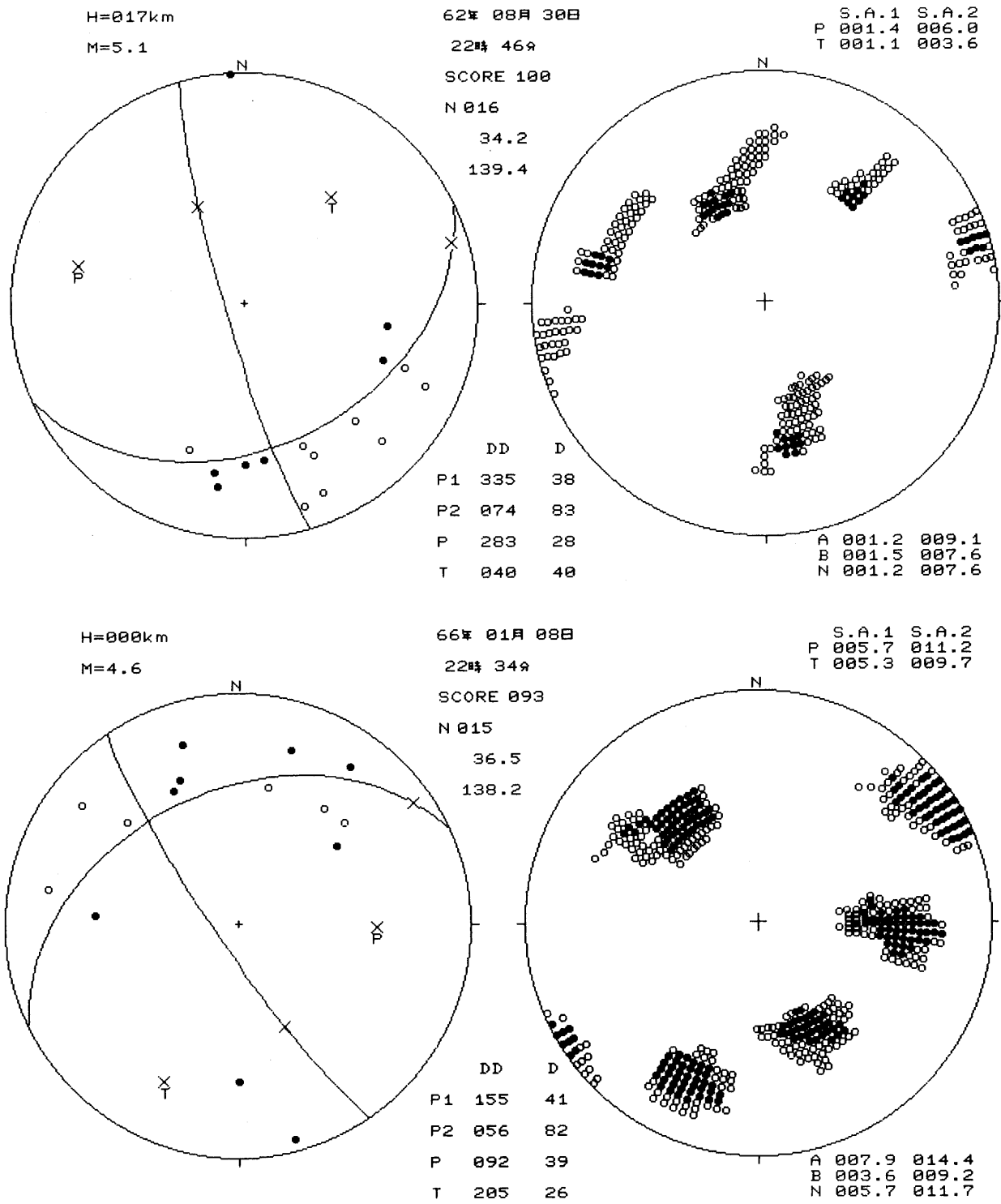


Fig. 2 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of stable focal mechanism solutions that were determined by few data (N = 15 or 16).

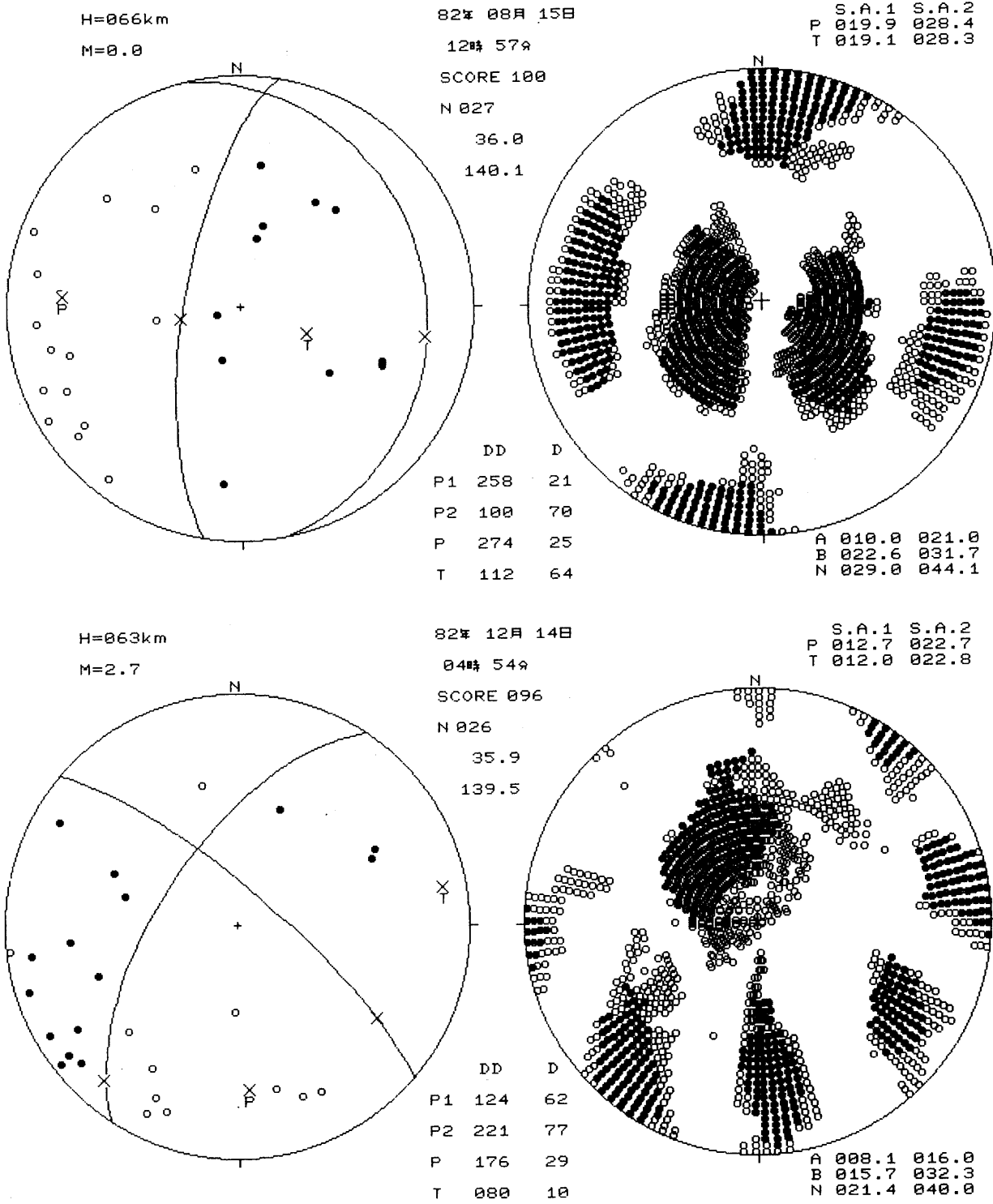


Fig. 3 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of the large area of axes, but these focal mechanism solutions are stable by the configuration of the area.

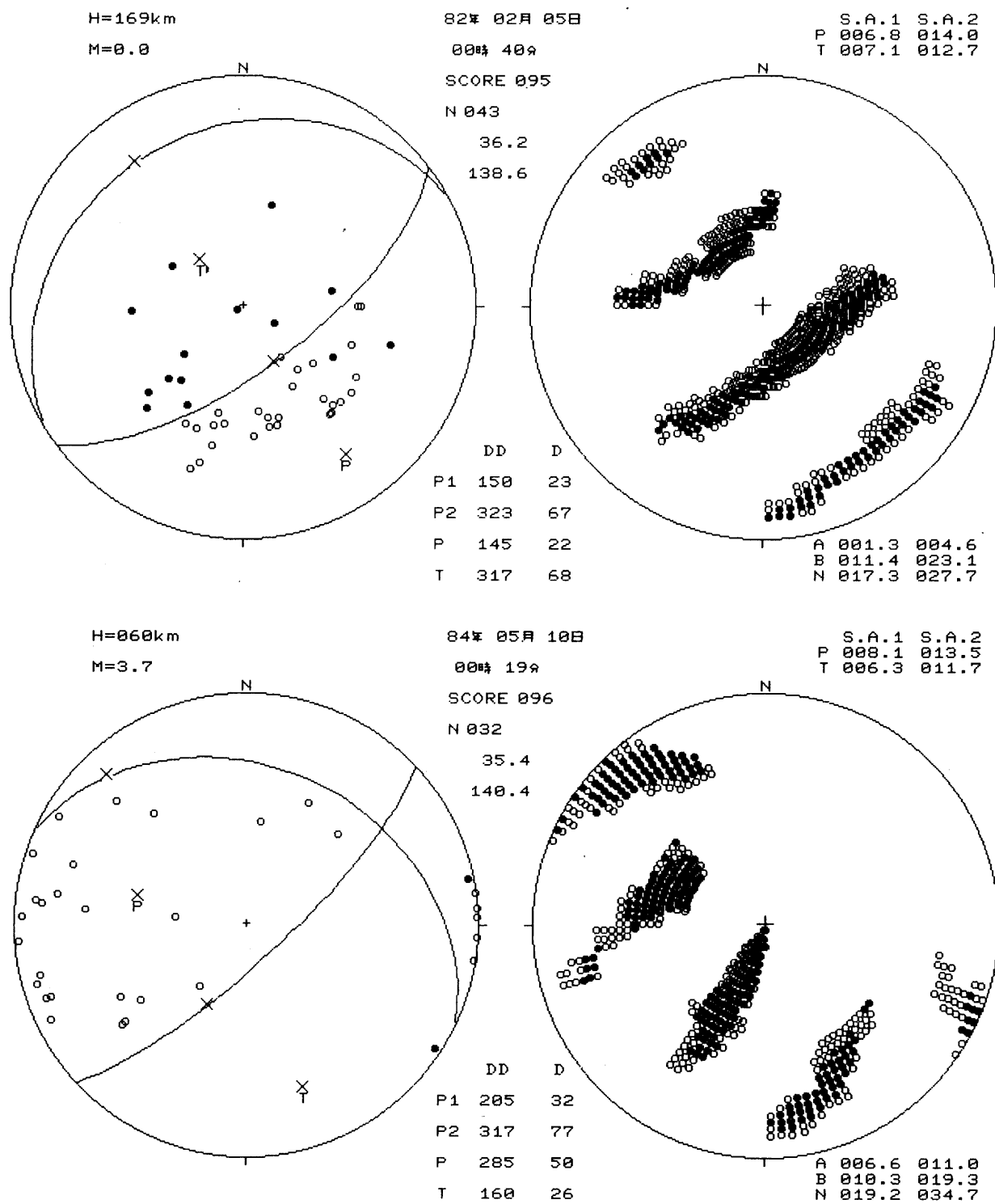


Fig.4 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of the large and slender area of axes. These focal mechanism solutions are not stable.

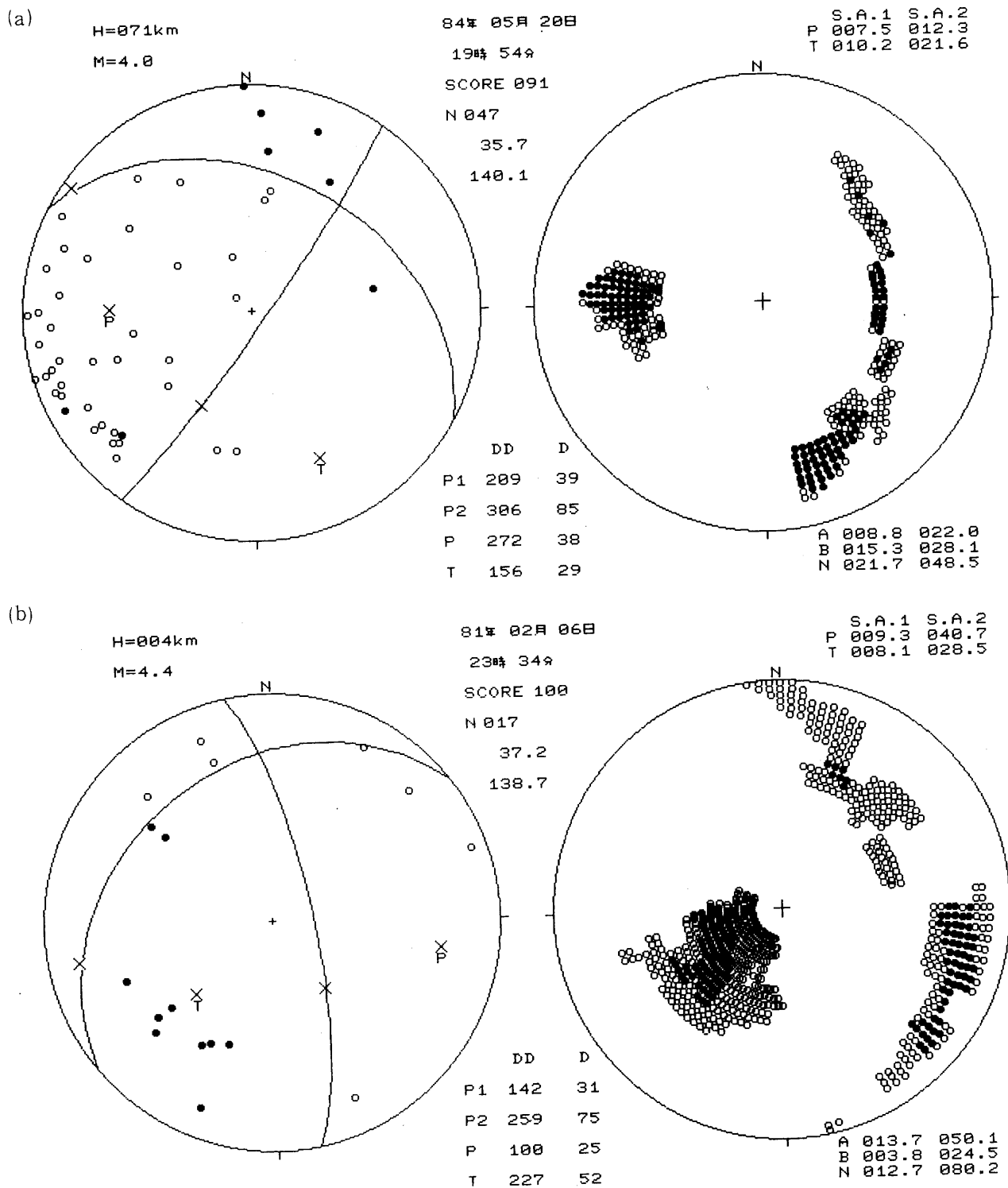


Fig. 5 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams.  
 (a) An example of the stable pressure axis.  
 (b) An example of the unstable pressure axis.



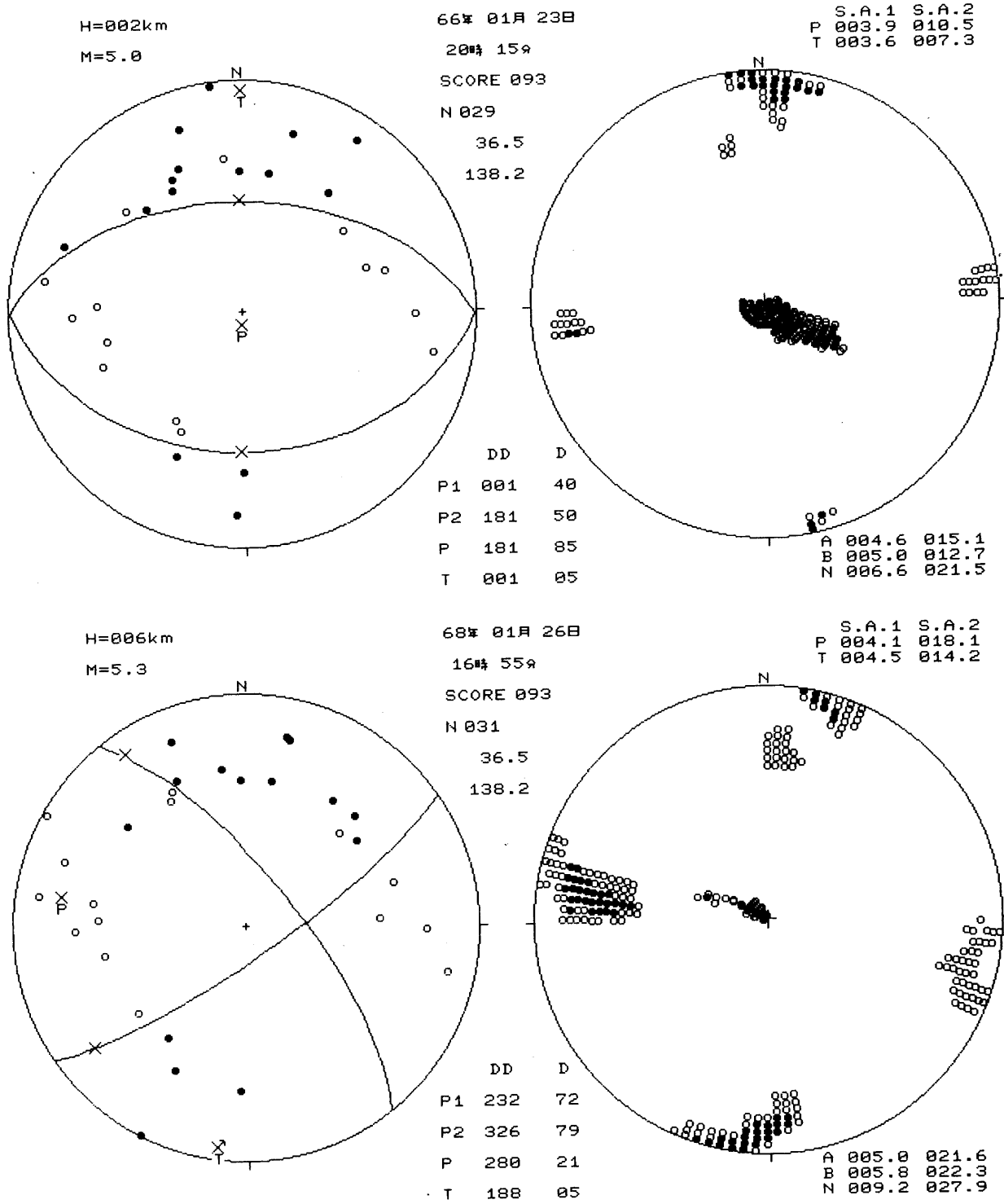


Fig.6 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of the separated area of pressure axes. These focal mechanism solutions are not stable.

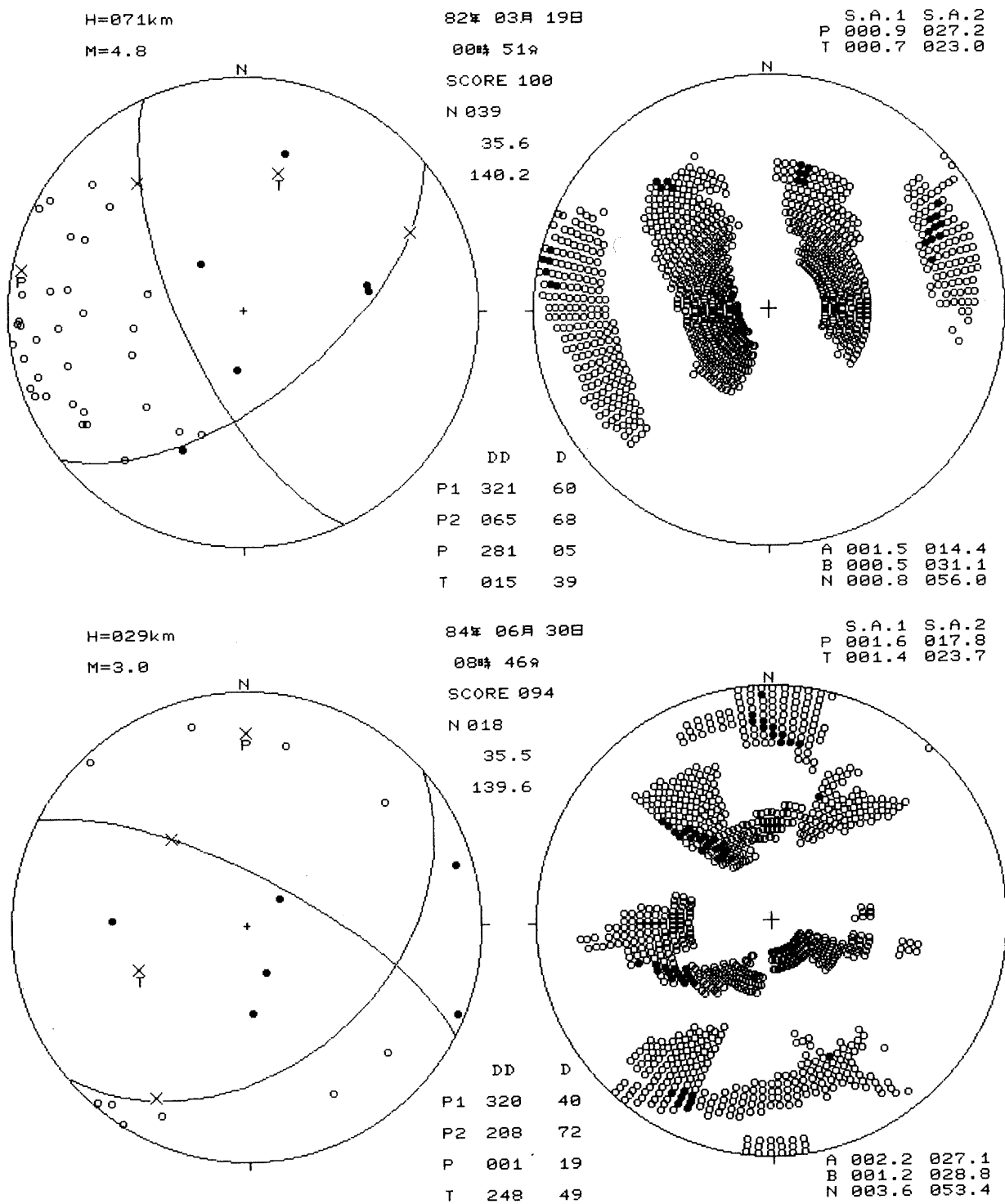


Fig.7 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of the area that is small with minimum inconsistent data, but large with minimum + 1 inconsistent data.

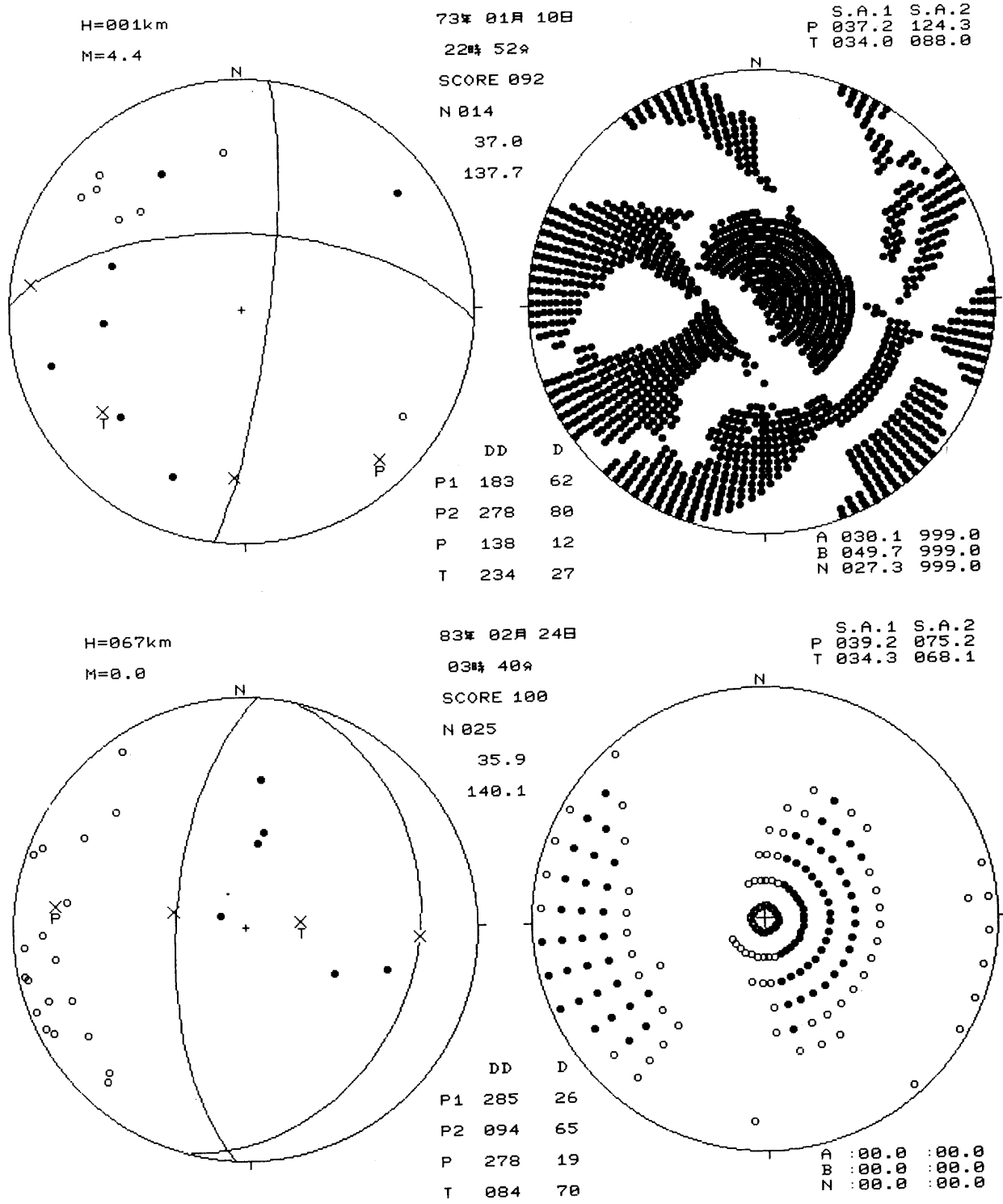


Fig.8 Focal mechanism diagrams and reliability diagrams. Examples of unstable focal mechanism solutions.

れているのは、P, T, A, B, Nのくいちがい数Qが最小(S.A.1), さらに、最小+1まで(S.A.2)の各軸の範囲を、立体角で示したものである(単位は度)。

P波初動の読み取りに1つ以上の誤りがあるとすれば、観測点の配置及び読み取り誤差の影響は、くい違い数最小+1の範囲に大きく現われる。くい違い数最小の範囲より、最小+1の範囲が解の安定性(精度)を示す適切な量といえる。

Fig. 1は、発震機構解の精度が良い例である。発震機構解はくい違い数最小の領域の平均値であるが、最小+1の領域を考慮しても解は安定している。

Fig. 2は、データ数が少ない場合(N=15,16)の安定解の例で、データの中にどれか1個の誤りがあっても解は安定している。Fig. 3は、各軸の動き得る範囲はかなり広いが、平均値としての解はくい違い数最小及び最小+1の領域から見て安定している例である。このように各軸の動く範囲が、平均位置を中心にほぼ同心円上の形状をしていれば、動き得る範囲が広くても、解は安定しているといえる。

Fig. 4は各軸の動き得る範囲の形状が細長い例(ヌル軸はプロットしていない)で平均値としての解も安定といえなくなる。Fig. 5はP, T軸のみプロットしたもので、(a)はP軸安定, T軸不安定の例、(b)は逆にP軸がT軸より不安定の例で、軸によって精度が相違する。Fig. 6はP軸に飛び地がある例で、最良解として、横ずれ型と正断層型が共存する。このふたつは松代群発地震であるから、他の多くの松代地震の例を見れば、下の正断層解は不適当な解と判断される。このように、動き得る範囲が飛び地や細長い形状の分布をする軸は、解が不安定といえる。Fig. 7は、くい違い数Qが最小となる発震機構解の範囲は狭いが、さらに1個のデータのくい違いを許容すると発震機構解の範囲が広がってしまう例である。Fig. 8は、発震機構解の精度が悪い例である。この様なときは、A, B, P, T, Nの動き得る範囲がだぶってしまっていて判別しにくくなっている。

発震機構解を用いて、tectonic stressの議論をするような場合は、Fig. 1~Fig. 3のような地震を対象に行なうのが適当であろう。Fig. 6~Fig. 8のような地震を対象に議論を行なうと誤った結果を導きかねない。こういった意味で、発震機構解の精度を表示することは重要なことといえる。

Fig. 9, Fig.10, Fig.11は、Z軸をNにとった場合(横軸)とZ軸をP, Tにとった場合(縦軸)と

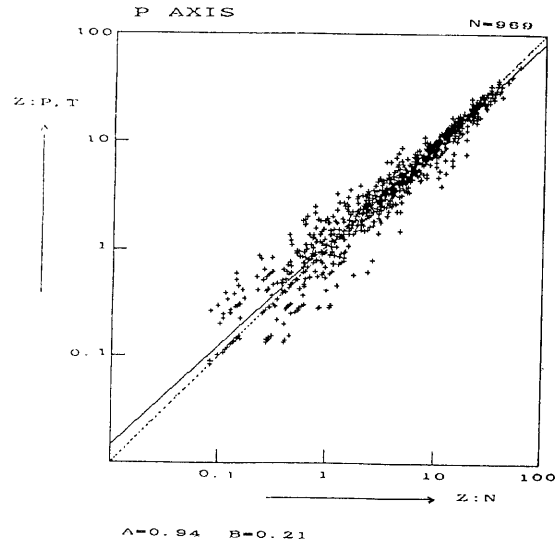


Fig. 9 Relation between null axis method (Null axis is chosen as Z axis) and P, T axes method (P, T axes are chosen as Z axis) for the area of pressure axes with minimum inconsistent data.

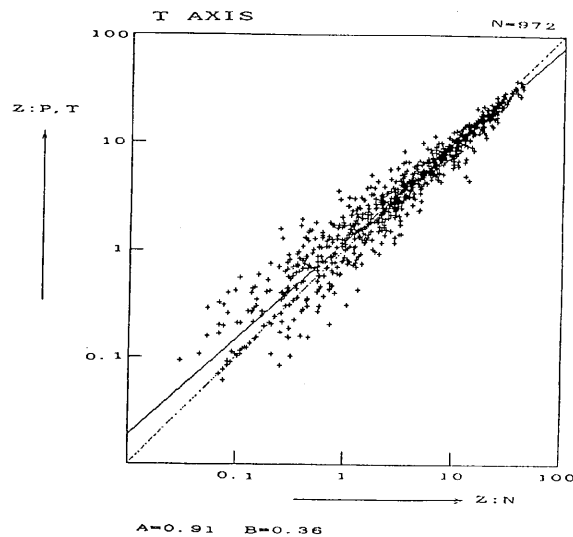


Fig.10 Relation between null axis method and P, T axes method for the area of tension axes with minimum inconsistent data.

の、発震機構解の精度の相関を示す図である。対象とした地震は、両プログラムとも3度メッシュまで求めたもので、横軸、縦軸とも立体角を度単位で示してある。Fig. 9はくい違い数Qが最小のPについて動き得る範囲の相関を見たもので、Fig.10はTについての相関、Fig.11はNについての相関を示したものである。点線は両者がまったく一致する場合で、

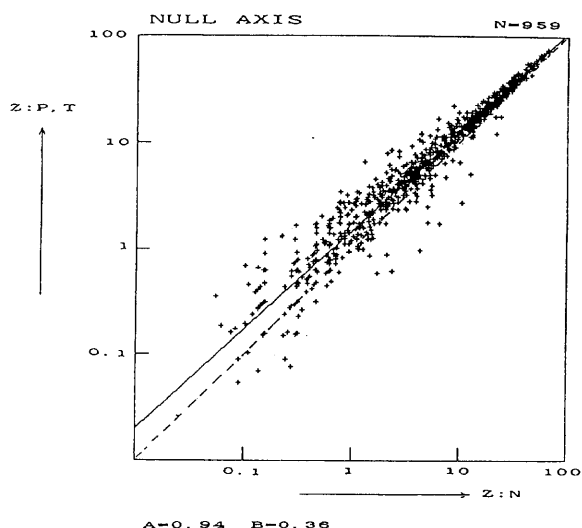


Fig.11 Relation between null axis method and P, T axes method for the area of null axes with minimum inconsistent data.

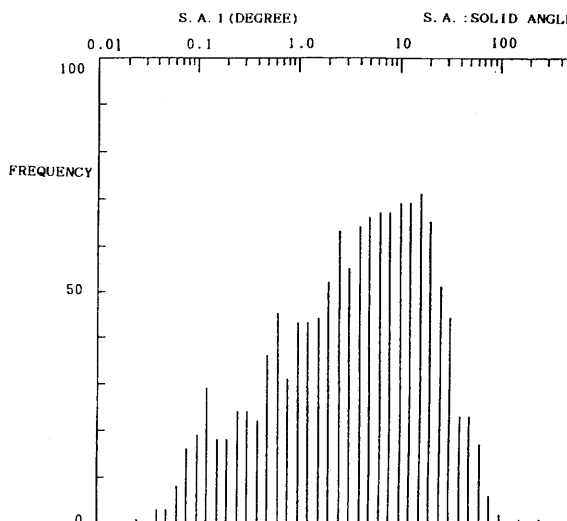


Fig.13 Frequency distribution of the area of tension axes with minimum inconsistent data.

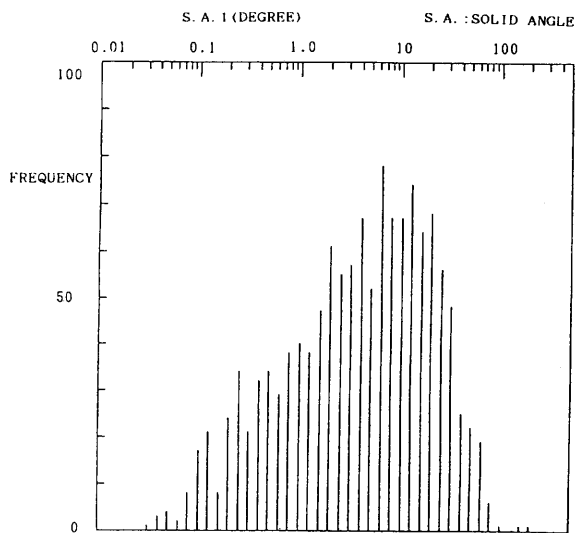


Fig.12 Frequency distribution of the area of pressure axes with minimum inconsistent data.

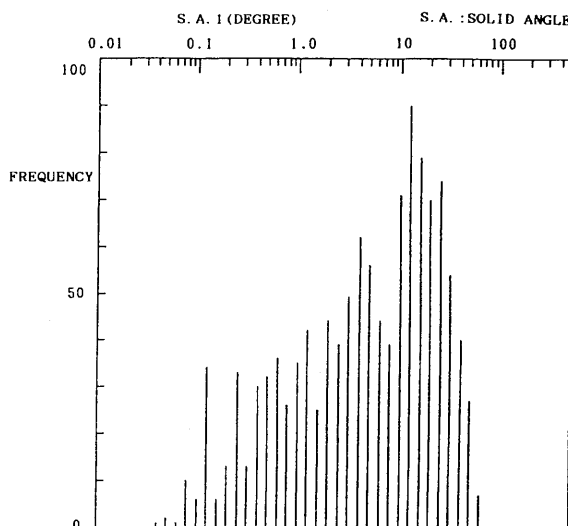


Fig.14 Frequency distribution of the area of null axes with minimum inconsistent data.

実線は最小2乗法で直線を当てはめたものである。Aは勾配を示しており、Bは切片を示している。ちらばりはあるが両者はほぼ一致しており、ちらばりは対数スケールで0.2~0.3程度である。このことから、くい違い数Qが最小の範囲の誤差は、求められた面積の2倍程度といえる。また、立体角面積が1度以下では、P、TをZ軸にした方が動き得る範囲が大きくなる傾向があることがわかる。

さらに、同一の地震で、Z軸をNにとった場合のスコアがZ軸をP、Tにとった場合より悪くなるこ

とがある。これは、Z軸をP、Tにとった場合は実質上ふた通りの方法で計算したことになるので、よりきめ細かになるためといえる。以上のことから、Z軸にP、Tをとったプログラムの方がやや優れていると判断される。

Fig.12, Fig.13, Fig.14は、Z軸をP、Tにとったとき、各軸の動き得る範囲の面積の頻度分布を示すもので、横軸が立体角面積を対数スケールで示したもので、縦軸が頻度である。Fig.12はくい違い数Qが最小となるPの動き得る範囲の頻度分布、Fig.13

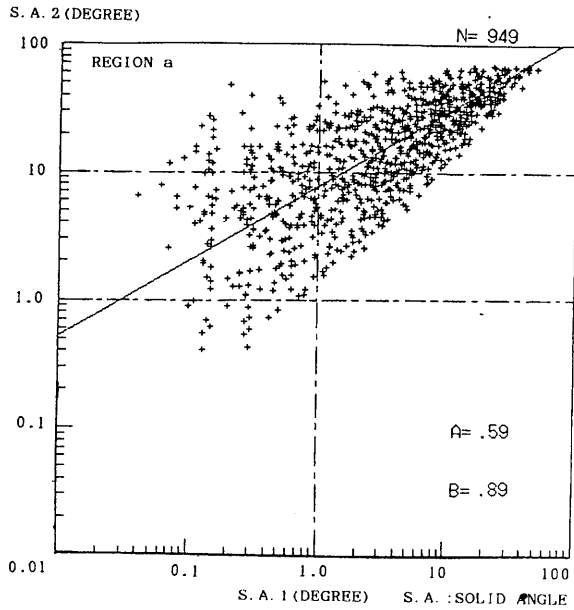


Fig.15 Relation between the area with minimum inconsistent data and the area with minimum +1 inconsistent data for pressure axes.

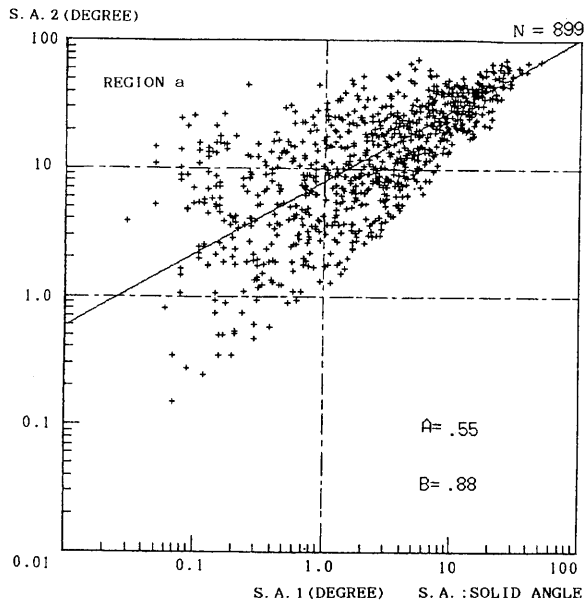


Fig.16 Relation between the area with minimum inconsistent data and the area with minimum +1 inconsistent data for tension axes.

はTについての頻度分布, Fig.14はNについての頻度分布である。3度メッシュに対応する立体角が平均的に0.1度であることを考えると, 最小メッシュは3度で十分であることがわかる。

また, Fig.15, Fig.16に, Z軸をP, Tにとったとき, くい違い数Qが最小の範囲(横軸)と, くい違い数Qが最小+1となる範囲(縦軸)の相関をP, T軸について見たものである。Fig.15がP軸の動き得る範囲の相関, Fig.16がT軸の動き得る範囲の相関を示す。実線は最小2乗法で直線を当てはめたものである。Aは勾配を示しており, Bは切片を示している。各図において領域aに含まれるのは, くい違い数Qが最小となる範囲は狭いが, くい違い数Qが最小+1となる範囲は広がってしまう地震である。図からこのような地震は決して少なくないことがわかる。これらの地震は, P波初動の読み取りの信頼度を考えると, 発震機構解の安定度は良くないと判断すべきである。

§ 6. 結論

発震機構解の精度の目安として, A, B, P, T, Nの震源球面上での動き得る範囲を, P波初動データのくい違い数が最小及び最小+1となる立体角面積で付記することが必要と思われる。またできれば, 各軸が震源球面上で動き得る範囲を図示することが適当である。また, tectonic stressの議論及び断層運動の詳細な解析等で発震機構解を用いるときは, 十分にその精度を考慮しなければならない。

謝 辞

本プログラム作成に当たって, 松代地震観測所三上直也氏, 及び気象庁地震予知情報課横山博文氏から御助言を頂いた。また, 気象研究所地震火山研究部の諸氏から御援助と御便宜を得た。上記の方々へ深く感謝致します。

参考文献

堀内茂木, 江村欣也, 平沢朋朗 (1972) : 気象庁観測網を用いる場合のP波による発震機構決定の精度, 地震, II, 25, 90~104.  
 望月英志, 佐久間喜代志, 井元政二郎 (1985) : 関東・東海地方の地震の発震機構 (1979~1983), 地震, II, 38, 411~422.  
 市川政治 (1985) : 地震のメカニズム解の信頼度表示について, 験震時報, 49, 117~125.